

---

## EXERCICES 10 B

---

1. Soit  $f(x) = \sin(1/x)$  pour  $x \neq 0$  et  $f(0) = 0$ .
  - a) Montrer que  $f$  n'est pas continue en 0.
  - b) Montrer que  $f$  a "la propriété de la valeur intermédiaire" (c'est à dire pour tout  $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$  et  $y$  entre  $f(x_1)$  et  $f(x_2)$ , il existe  $\bar{x}$  entre  $x_1$  et  $x_2$  avec  $f(\bar{x}) = y$ ).
2. Supposons que  $f$  est une fonction continue sur  $\mathbb{R}$  et qu'il existe  $a, b \in \mathbb{R}$  avec  $f(a)f(b) < 0$ . Montrer qu'il existe  $x$  entre  $a$  et  $b$  tel que  $f(x) = 0$ .
3. Montrer qu'une fonction injective et continue définie sur un intervalle  $I$  est soit strictement décroissante, soit strictement croissante.
4. Montrer que  $f(x) = 4x - 4$  pour  $x \in \mathbb{R}$  est uniformément continue en utilisant la définition  $\epsilon, \delta$ .
5. Montrer que  $f(x) = x^2$  pour  $x \in [0, 5]$  est uniformément continue en utilisant la définition  $\epsilon, \delta$ .